

12. 2. ZDARZENIE LOSOWE

<p>Doświadczenie losowe jest to doświadczenie , którego wyniku nie można przewidzieć.</p>
<p>Zdarzeniem elementarnym ω nazywamy pojedynczy wynik doświadczenia losowego</p>
<p>Przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω nazywamy zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych.</p>
<p>Zdarzeniem losowym nazywany każdy podzbiór przestrzeni zdarzeń elementarnych. Zdarzenia oznaczamy literami A, B, C, \dots Każde zdarzenie elementarne $\omega \in A$ sprzyja zdarzeniu A.</p>
<p>Zdarzenie pewne jest to zbiór Ω Zdarzeniu pewnemu sprzyjają wszystkie zdarzenia elementarne.</p>
<p>Zdarzenie niemożliwe jest to zbiór \emptyset . Zdarzeniu niemożliwemu nie sprzyja żadne zdarzenie elementarne.</p>

Przykład 12.2.1. Z urny zawierającej trzy kule ponumerowane 1, 2, 3 losujemy jedną kulę, a następnie drugą. Zapisane w kolejności numery kul tworzą liczbę dwucyfrową. Podaj przestrzeń zdarzeń elementarnych, jeśli

- a) wylosowanej kuli nie zwracamy do urny,
- b) wylosowaną kulę zwracamy do urny.

Rozwiązanie	Komentarz
<p>a) $\Omega = \{12,13,21,23,31,32\}$</p>	<p>Wypisujemy wyniki doświadczenia polegającego na tworzeniu liczb dwucyfrowych o różnych cyfrach</p>
<p>b) $\Omega = \{11,12,13,21,22,23,31,32,33\}$</p>	<p>Wypisujemy wyniki doświadczenia polegającego na tworzeniu liczb dwucyfrowych, jeśli cyfry mogą się powtarzać.</p>

Przykład 12.2.2. Podaj przestrzeń zdarzeń elementarnych w doświadczeniu polegającym na trzykrotnym rzucie monetą .

Rozwiązanie	Komentarz
<p>$\Omega = \{(OOO), (OOR), (ORO), (ROO)(RRO), (ROR)(ORR), (RRR)\}$</p>	<p>O – wyrzucono orła R – wyrzucono reszkę</p>

Przykład 12.2.3. Rzucamy kostką do gry. Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu:

- A - wypadła parzysta liczba oczek
- B - wypadły co najmniej 3 oczka
- C - wypadła liczba oczek mniejsza od 7
- D - wypadło osiem oczek

Które z tych zdarzeń jest zdarzeniem pewnym, a które niemożliwym.

Rozwiązanie	Komentarz
$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ $A = \{2,4,6\}$ $B = \{3,4,5,6\}$ $C = \{1,2,3,4,5,6\}$ - zdarzenie pewne $D = \emptyset$ - zdarzenie niemożliwe	Wypisujemy wszystkie zdarzenia elementarne. Zdarzeniu C sprzyjają wszystkie zdarzenia elementarne, zatem $C = \Omega$ jest zdarzeniem pewnym. Zdarzeniu D nie sprzyja żadne zdarzenie elementarne, zatem zdarzenie D jest zdarzeniem niemożliwym.

Działania na zdarzeniach

Działania na zdarzeniach wykonujemy analogicznie do działań na zbiorach

Sumą zdarzeń A i B

nazywamy zdarzenie $A \cup B$, któremu sprzyjają zdarzenia elementarne, sprzyjające zdarzeniu A lub zdarzeniu B.

Iloczynem zdarzeń A i B

nazywamy zdarzenie $A \cap B$, któremu sprzyjają zdarzenia elementarne, sprzyjające zdarzeniu A i zdarzeniu B.

Dwa zdarzenia A i B nazywamy wykluczającymi się (rozłącznymi), jeżeli zdarzenie $A \cap B$ jest zdarzeniem niemożliwym, czyli gdy $A \cap B = \emptyset$.

Różnicą zdarzeń A i B

nazywamy zdarzenie $A \setminus B$, do którego należą zdarzenia elementarne, sprzyjające zdarzeniu A i nie sprzyjające zdarzeniu B.

Zdarzenie $A' = \Omega \setminus A$ nazywamy zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A. Zdarzenia A i B są zdarzeniami przeciwnymi, jeżeli $A \cup B = \Omega$ i $A \cap B = \emptyset$

Przykład 12.2.4 Rzucamy dwa razy monetą .Wypisz wyniki sprzyjające zdarzeniom:

A - wypadła tyle samo orłów co reszek

B - wypadły co najmniej dwa orły

C - wypadła co najwyżej jedna reszka

Wypisz pary zdarzeń wykluczających się.

Wyznacz zdarzenie przeciwne do zdarzenia A.

Rozwiązanie	Komentarz
$\Omega = \{(OR), (RO), (OO), (RR)\}$ $A = \{(OR), (RO)\}$ $B = \{(OO)\}$ $C = \{(OR), (RO), (OO)\}$ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ są zdarzeniami wykluczającymi się $A' = \{(OO), (RR)\}$	<p>Wypisujemy wszystkie zdarzenia elementarne</p> <p>Zdarzenia wykluczają się gdy ich część wspólna jest zbiorem pustym.</p> <p>Zdarzenie A' jest zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A , gdy $A' = \Omega \setminus A$</p>

Przykład 12.2.5. Rzucamy dwa razy kostką do gry. Wypisz wyniki sprzyjające zdarzeniom:

a) A- w pierwszym rzucie wypadło 5 oczek

b) B- w jednym rzucie wypadło 5 oczek

c) C- suma wyrzuconych oczek jest równa 5.

d) B'

e) $A \cup C$

f) $A \cap B$

g) $C \setminus B'$

Rozwiązanie	Komentarz
$A = \{(51), (52), (53), (54), (55), (56)\}$ $B = \{(51), (52), (53), (54), (56), (15), (25), (35), (45), (65)\}$ $C = \{(41), (32), (23), (14)\}$ $B' = \{(11), (12), (13), (14), (16), (21), (22), (23), (24), (26), (31), (32), (33), (34), (36), (41), (42), (43), (44), (46), (55) (61), (62), (63), (64), (66) \}$ $A \cup C = \{(51), (52), (53), (54), (55), (56), (41), (32), (23), (14)\}$ $A \cap B = \{(51), (52), (53), (54), (56)\}$ $C \setminus B' = \emptyset$	<p>B' jest zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia B</p> <p>$A \cup C$ - suma zdarzeń A i C</p> <p>$A \cap B$ - część wspólna zdarzeń A i B</p> <p>$C \setminus B'$ - różnica zdarzenia C i zdarzenia przeciwnego do B Wszystkie zdarzenia sprzyjające zdarzeniu B' sprzyjają też zdarzeniu C.</p>

ĆWICZENIA

Ćwiczenie 12.2.1. (1pkt.) Podaj przestrzeń zdarzeń elementarnych doświadczenia polegającego na rzucie dwiema monetami i jedną kostką do gry.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie przestrzeni zdarzeń elementarnych doświadczenia.	1

Ćwiczenie 12.2.2. (5pkt.) Rzucamy dwa razy kostką. Wypisz wyniki sprzyjające zdarzeniom:

A - suma oczek jest większa od 12;

B - iloczyn oczek jest równy co najmniej 1;

C - liczba oczek w każdym rzucie jest parzysta lub większa od 3;

D - ani razu nie otrzymamy szóstki.

a) Wskaż zdarzenia niemożliwe.

b) Wskaż zdarzenia pewne.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu A.	1
2	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu B.	1
3	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu C.	1
4	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu D.	1
5	Podanie które zdarzenie jest pewne, a które niemożliwe.	1

Ćwiczenie 12.2.3. (8pkt.) Rzucamy trzy razy monetą. Wypisz wyniki sprzyjające zdarzeniom:

A - reszka wypadła za pierwszym razem;

B - reszka wypadła co najmniej raz;

C - raz wypadła reszka;

D - wypadły trzy orły.

a) Wskaż pary zdarzeń wykluczających się.

b) Wskaż pary zdarzeń przeciwnych.

c) Wskaż wyniki sprzyjające $A \cap C, C'$.

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu A.	1
2	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu B.	1
3	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu C.	1
4	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu D.	1
5	Wskazanie par zdarzeń wykluczających się.	1
6	Wskazanie par zdarzeń przeciwnych.	1
7	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu $A \cap C$	1
8	Podanie wyników sprzyjających zdarzeniu C'	1